Государственное областное автономное образовательное учреждение «Центр поддержки одаренных детей «Стратегия»

Рассмотрена и принята на заседании Педагогического совета ГОАОУ «Центр поддержки одаренных детей «Стратегия»

Протокол от
«31» 08 20 18 г. № 1

УТВЕРЖДАЮ:
Директор ГОАОУ «Центр поддержки одаренных детей «Стратегия»
_________ И.А. Шуйкова

Приказ от
«31» 08 20 18 г. № 140/1-п

Образовательная программа по физике 9 класса, реализуемая в форме электронного обучения, с применением дистанционных образовательных технологий

Возраст обучающихся: 15-16 лет
Срок реализации: 1 год.

Авторы программы:
Казаков Н.В., преподаватель

г. Липецк, 2018

Модуль 1. Основы механики

Основные понятия кинематики. Материальная точка – это тело, размером и формой которого в условиях данной задачи можно пренебречь. Для описания движения используются системы отсчета. Они состоят из тела отсчета, системы координат и прибора для измерения времени. Как правило, систему отсчета выбирают при решении задачи таким образом, что бы решение было наиболее простым.

Скорость – физическая векторная величина, характеризующая направление и быстроту движения. Вектор средней скорости: $\vec{v}_{\text{ср}} = \vec{S}/t$, где t – промежуток времени, за которое произошло перемещение тела S. Средняя скорость направлена так же, как перемещение.

При неограниченном уменьшении t средняя скорость стремится к предельному значению, которое называется мгновенной скоростью. Мгновенная скорость всегда направлена по касательной к траектории.

Следует различать среднюю скорость прохождения пути (путевую скорость или средний модуль скорости) и модуль вектора средней скорости.

Средняя скорость прохождения пути:

$$v_{\text{ср}} = \frac{S_1 + S_2 + \dots + S_N}{t_1 + t_2 + \dots + t_N} = \frac{S_1 + S_2 + \dots + S_N}{\frac{S_1}{v_1} + \frac{S_2}{v_2} + \dots + \frac{S_N}{v_N}}$$

где S_1, S_2, ..., S_N – части пройденного пути соответственно со скоростями v_1, v_2, ..., v_N за интервал времени t_1, t_2, …, t_N.

Для определения модуля вектора средней скорости необходимо найти отношение модуля полного перемещения к времени, за которое это перемещение произошло.

При неравномерном движении величина скорости тела изменяется с течением времени. Это движение характеризуется дополнительной величиной – ускорением.

Ускорение – это физическая векторная величина, характеризующая быстроту изменения скорости по величине и направлению:

$$\vec{a}_{cp} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t},$$

где разность $\vec{v}_2 - \vec{v}_1$ показывает изменение скорости за промежуток времени t. При неограниченном уменьшении t получим мгновенное ускорение.

Рассмотрим прямолинейное движение тела. Если прямую, вдоль которой двигается тело принять за ось координат OX (точка O – начало отсчета), то положение определяется координатой x. В случае равноускоренного движения она изменяется по следующему закону:

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}, \tag{1}$$

где x_0 – координата тела в начальный момент времени $t = 0$, v_{0x} – проекция начальной скорости тела на ось OX (в рассматриваемом случае – движение тела вдоль оси OX – совпадает со скоростью тела), a_x – ускорение тела. Уравнение (1) есть не что иное, как уравнение движения. Это уравнение показывает координату тела, а не путь, пройденный телом за какое-либо время t. Путь – это положительная скалярная величина, а координата может быть как положительной, так и отрицательной. Например, если вектор скорости направлен в ту же сторону, что и ось OX ($v_{0x} > 0$), а ускорение – против ($a_x < 0$), то координата тела вначале будет увеличиваться, а затем уменьшаться, в конечном счете, станет отрицательной (для доказательства этого утверждения достаточно построить график $x(t)$). Путь определяется модулем разности начальной и конечной координат тела только в том случае, когда тело двигается все время в одну сторону. Если же тело меняет направление движения, то для определения полного пути необходимо все движение разбить на участки, в пределах которых тело двигается только в одном направлении, определить путь на каждом из участков и затем сложить их вместе. Для определения координаты достаточно воспользоваться кинематическим уравнением (1). В частном случае равномерного движения ускорение считается равным нулю: $a = 0$.

Решим при помощи (1) следующую задачу на свободное падение тела: *Камень брошен вертикально вверх с поверхности Земли. Через какое время он упадет на Землю?*

Выберем ось координат направленную вертикально вверх с началом отсчета, связанным с Землей. В этом случае $x_0 = 0$, $v_{0x} > 0$, $a_x = -g < 0$. Поэтому (1) запишем в виде:

$$x = v_{0x}t - \frac{gt^2}{2}.$$

В момент падения тела на Землю $x = 0$. Подставляя это значение в кинематическое уравнение движения камня получим квадратное уравнение для определения моментов времени:

$$v_{0x}t - \frac{gt^2}{2} = 0.$$

Откуда легко получить $t_1 = 0$ и $t_2 = 2v_{0x}/g$. Значение времени t_1 соответствует моменту бросания камня, а t_2 – времени движения камня.

Можно также определить моменты времени, когда камень находится на некоторой высоте h. Для этого в кинематическое уравнение движения подставляем $x = h$ и решаем полученное квадратное уравнение относительно времени:

$$x = v_{0x}t - \frac{gt^2}{2},\ t_1 = \frac{v_{0x} - \sqrt{v_{0x}^2 - 2gh}}{g},\ t_2 = \frac{v_{0x} + \sqrt{v_{0x}^2 - 2gh}}{g}.$$

На высоте h тело будет два раза – в момент времени t_1 при подъеме и в момент времени t_2 при спуске. При выбранном начале отсчета значение высоты h должно выбираться из условия: $2gh \le v_{0x}^2$, которое определяется максимальной высотой подъема $h_{max} = v_{0x}^2/2g$.

Второе кинематическое уравнение позволяет определить скорость тела в любой момент времени. В проекции на ось OX его можно записать в следующем виде:

$$v_x = v_{0x} + a_x t. \tag{2}$$

Уравнение скорости (2) справедливо во все время движения, если ускорение тела не меняется. Например, для определения скорости камня в момент падения на Землю достаточно подставить в (2) значение времени в момент падения $t_2 = 2v_{0x}/g$:

$$v(t_2) = v_{0x} - g\frac{2v_{0x}}{g} = -v_{0x}.$$

Таким образом, скорость камня в момент падения равна первоначальной по модулю, но противоположно направлена.

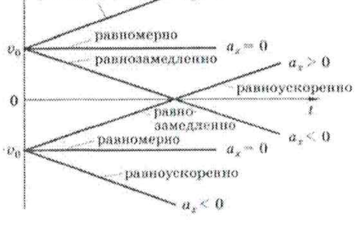
Уравнение (2) позволяет найти временя $t_п$ подъема камня. Так как скорость камня в точке максимального подъема равна нулю, то

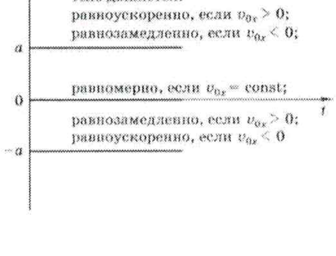
$$v_{0x} - gt_п = 0,\ t_п = v_{0x}/g.$$

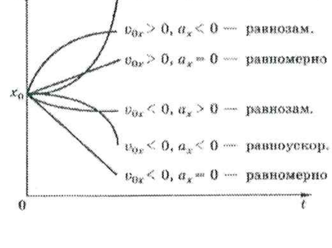
Видно, что время подъема камня равно половине времени всего полета (для данной задачи).

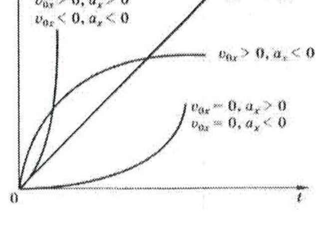
Таким образом, для решения любой кинематической задачи нам потребуются всего два уравнения (1) и (2). Они позволяют получить ответ на любой вопрос. При решении задач, в которых движение идет не по прямой линии, кроме проекции на ось OX пользуются проекциями на другие координатные оси (OY, OZ).

Графики зависимости скорости, ускорения, координаты тела, пути от времени показаны на следующих рисунках.









Рассмотрим некоторые олимпиадные задачи.

Задача 1. *Свободно падающее тело за последнюю секунду прошло 1/3 всего пути. Сколько секунд* (n) *и с какой высоты* (h) *падало тело.*

Примем за начало координат точку бросания, а ось координат направим вертикально вниз. Тогда координата тела зависит от времени по закону $x = gt^2/2$ (здесь $x_0 = 0$, $v_{0x} = 0$, $a_x = g > 0$). Если тело падало n секунд, то время падения $t = n\tau$, $\tau = 1$ с. Таким образом,

$$h = \frac{gn^2\tau^2}{2}.$$

Спустя время $(n-1)$ секунд после начала падения координата тела была равна $2h/3$, поэтому можно записать:

$$\frac{2}{3}h = \frac{g(n-1)^2\tau^2}{2}.$$

Решая два полученных уравнения совместно, найдем:

$$n = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \approx 5{,}45 \text{ с}, h \approx 145 \text{ м}.$$

Предложенную выше задачу можно решать и в других системах отсчета, например, связанной с Землей и осью, направленной вверх, или вниз. Рекомендуется решить в другой системе отсчета самостоятельно.

Задача 2. *С каким промежутком времени* τ *оторвались от крыши две дождевые капли, если через время* t_0 *после начала падения второй капли расстояние между каплями было* l*?*

Для решения этой задачи удобнее перейти в систему отсчета, связанную со второй каплей. Так как капли падают с одинаковым ускорением относительно Земли, то их относительное ускорение равно нулю: капли движутся относительно друг друга равномерно. Их относительная скорость равна скорости первой капли относительно Земли в момент отрыва второй: $v_0 = g\tau$. Уравнение движения первой капли относительно второй имеет вид:

$$x = x_0 + v_0 t, \text{ где } x_0 = {gt^2}/{2}.$$

При $t = t_0$ $x = l$, таким образом, получаем уравнение:

$$l = g\tau t_0 + \frac{g\tau^2}{2}.$$

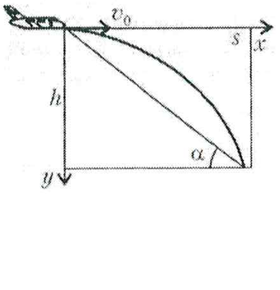
Решив это уравнение, получим ответ:

$$\tau = \sqrt{t_0^2 + \frac{l}{g}} - t_0.$$

Задача 3. *Снаряд взрывается в некоторой точке траектории. На какой поверхности будут находиться одинаковые осколки снаряда через некоторое время* t *после взрыва?*

В системе координат, связанной с точкой взрыва снаряда и движущейся с той же скоростью и с тем же ускорением относительно Земли, что и снаряд, осколки снаряда двигаются равномерно. Поэтому через время t каждый из них будет находиться на расстоянии $v_0 t$ от точки взрыва (v_0 – скорость осколков в нашей системе координат), т.е. все они будут находиться на сфере радиусом $v_0 t$ с центром в точке взрыва снаряда.

Задача 4. *Самолет летит горизонтально на высоте* h *со скоростью* v_0*. Летчик должен сбросить бомбу в цель, лежащую впереди самолета. Под каким углом* α *к горизонту он должен видеть цель в момент сбрасывания бомбы?*



Выберем неподвижную относительно Земли систему отсчета с началом координат в точке, в которой находился самолет в момент бросания бомбы (рис.). Начальная скорость бомбы равна v_0 и направлена горизонтально, а ускорение $a = g$ и направлено вдоль оси y. Поэтому

$$x = v_0 t, y = \frac{gt^2}{2}.$$

В момент времени t_0 падения бомбы на Землю в выбранной нами системе координат $x = S$, а $y = h$, таким образом:

$$S = v_0 t_0,\ h = \frac{g t_0^2}{2}.$$

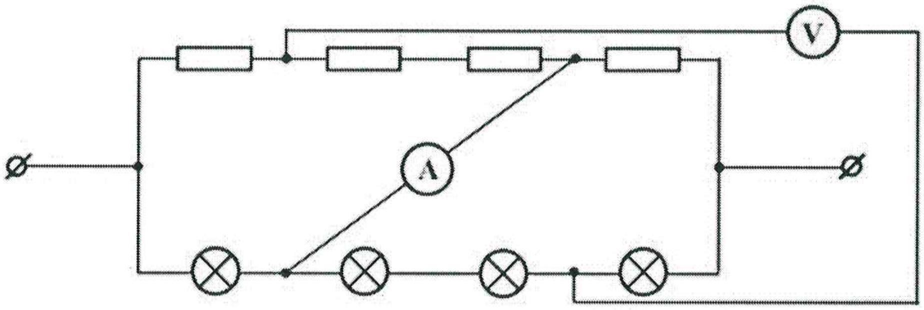
Исключая t_0, получим

$$S = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}},\ \operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{S} = \frac{1}{v_0} \sqrt{\frac{gh}{2}}.$$

Разбор вступительной контрольной работы

Задача 1 будет разобрана во втором учебном модуле.

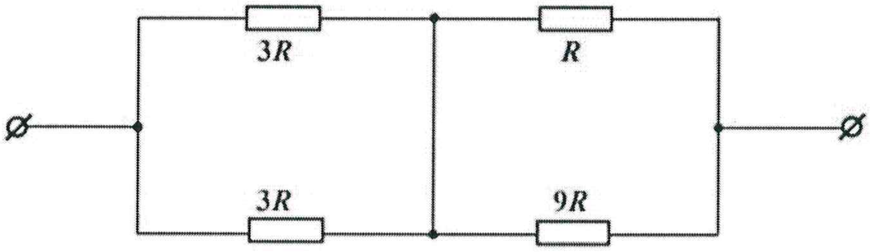
Задача 2 (Покори Воробтевы Горы заключительный этап 2014)



На внешних клеммах цепи, схема которой показана на рисунке, поддерживается постоянное напряжение $U = 48\,\text{В}$. Сопротивления всех резисторов в схеме одинаковы и равны $R = 10\,\text{Ом}$, сопротивления всех ламп в схеме также можно считать одинаковыми и равными $R_1 \approx 3R = 30\,\text{Ом}$. К цепи подключены амперметр и вольтметр, которые можно считать практически идеальными (то есть присутствие амперметра практически не влияет на силу тока в его участке цепи, а присутствие вольтметра практически не влияет на напряжение между точками, к которым он подключен), сопротивления соединительных проводов пренебрежимо малы. Найти показания приборов.

Решение:

Прежде всего нужно заметить, что сопротивлении идеального амперметра равно нулю (соответствующий участок цепи можно закоротить), а идеального вольтметра - бесконечно велико (участок можно разомкнуть), и для расчета токов и напряжений можно использовать схему

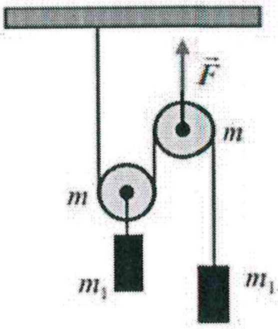


Полное сопротивление цепи $R_{\text{в}} = \dfrac{3R \cdot 3R}{3R + 3R} + \dfrac{R \cdot 9R}{R + 9R} = 2{,}4R = 24\,\text{Ом}$, и полный ток в цепи $I = \dfrac{5U}{12R} = 2\,\text{А}$. Этот ток делится поровну между сопротивлениями $3R$ (по $I_1 = \dfrac{5U}{24R} = 1\,\text{А}$) и в соотношении 1:9 между сопротивлениями $9R$ и R ($I_2 = \dfrac{U}{24R} = 0{,}2\,\text{А}$ и $I_3 = \dfrac{3U}{8R} = 1{,}8\,\text{А}$ соответственно). Из баланса токов в узлах «закороченной» ветви видно, что через амперметр течет ток («снизу вверх») $I_A = I_3 - I_1 = \dfrac{U}{6R} = 0{,}8\,\text{А}$.

Напряжение на вольтметре равно разности напряжений на трех лампах «слева» и одного резистора «слева»: $U_V = I_1 3R + I_2 6R - I_1 R = \left(3\dfrac{5}{24} + 6\dfrac{1}{24} - \dfrac{5}{24}\right)U = \dfrac{2}{3}U = 32\,\text{В}$.

Задача 3 (Покори Воробтевы Горы заключительный этап 2014)

Из двух одинаковых цилиндрических роликов массы m, двух одинаковых грузов массы $m_1 = 3m$ и легкой прочной нерастяжимой нити собрали механическую систему, показанную на рисунке. Один конец нити закреплен на «потолке», ролики не вращаются, нить скользит по роликам без трения. Найти величину силы $\vec{F}$, с которой нужно тянуть вверх ось правого ролика, чтобы левый груз в этой системе двигался с постоянной по величине скоростью? Каким при этом будет ускорение правого груза? Ускорение свободного падения считать известным.



Решение:

При постоянной скорости ускорение левого груза вместе с прикрепленным к нему роликом равно нулю. Следовательно, сумма приложенных к этой системе тел сил равна нулю – удвоенная сила натяжения нити уравновешивает суммарный вес тел, и величина силы натяжения $T = 2mg$ (g - ускорение свободного падения). Теперь из уравнения движения для правого груза можно найти его ускорение: $3ma = 3mg - T = mg \Rightarrow a = \frac{1}{3}g$ (оно направлено вниз). Поскольку нить нерастяжима, сумма длин ее вертикальных участков должна оставаться неизменной, поэтому в любой момент времени сумма скоростей грузов (в проекции на вертикаль) должна равняться удвоенной скорости правого ролика, и, следовательно, сумма их ускорений равна удвоенному ускорению этого ролика: $0 + a = 2a' \Rightarrow a' = \frac{1}{2}a = \frac{1}{6}g$. Остается записать уравнение движения для правого ролика $ma' = 2T + mg - F$ и найти из него величину силы: $F = 4mg + mg - \frac{mg}{6} = \frac{29}{6}mg$.

ОТВЕТ: величина силы $F = \frac{29}{6}mg$, ускорение правого груза $a = \frac{1}{3}g$ направлено вниз.

Задача 5 (решение Корнаухова Станислава Сергеевича, 9 класс, МБОУ "СШ №24 г. Ельца")

Нагреем некоторое количество воды до температуры кипения(100 градусов Цельсия; определить, что мы нагрели воду именно до такой температуры можно невооружённым глазом потому, что пойдет процесс кипения (пузырьки воздуха будут подниматься со дна емкости к поверхности воды)). Параллельно с нагреванием воды нальём некоторое количество воды при комнатной температуре в какой-либо сосуд, и измерим температуру воды в сосуде. После этого смешаем объём воды V_1 при температуре кипения с объёмом воды V_2 при комнатной температуре.

Определить эти объёмы можем, использую уравнение теплового баланса, и тот факт, что нам необходимо получить 1 литр воды при температуре 60 градусов.

$$c\rho V_1(t_{\text{кип.}} - t_1) = c\rho V_2(t_1 - t_{\text{ком.}})$$

$$V_1 + V_2 = V_3$$

Откуда:

$$V_1 = V_3 \frac{\frac{t_1 - t_{\text{ком.}}}{t_{\text{кип.}} - t_1}}{1 + \frac{t_1 - t_{\text{ком.}}}{t_{\text{кип.}} - t_1}}$$

$$V_2 = V_3 \left(1 - \frac{\frac{t_1 - t_{\text{ком.}}}{t_{\text{кип.}} - t_1}}{1 + \frac{t_1 - t_{\text{ком.}}}{t_{\text{кип.}} - t_1}}\right)$$

Где:

c- удельная теплоемкость воды

ρ- плотность воды

$t_{\text{кип.}}$- температура кипения воды (100 градусов Цельсия)

$t_{\text{ком.}}$-температура воды, налитой в сосуд (но не нагреваемой)

t_1=60 градусов по Цельсию

V_3=1 литр

Задачи для самостоятельного решения.

1. Локомотив находился на расстоянии $L = 400\ м$ от светофора и имел скорость $v = 54\ км/ч$, когда началось торможение. Определите положение локомотива относительно светофора через 1 минуту после начала торможения, если он двигался с ускорением $a = 0{,}3\ м/с^2$.
2. Вертолет взлетает с аэродрома по вертикали с ускорением $a = 3\ м/с^2$ и начальной скоростью, равной нулю. Через некоторое время t_1 пилот выключил двигатель. Звук на земле в месте взлета перестал быть слышен спустя время $t_2 = 30\ с$. Определите скорость вертолета v в момент прекращения работы двигателя. Считать скорость звука $c = 320\ м/с$.
3. Материальная точка начинает двигаться по прямой с постоянным ускорением a. Спустя время t_1 после начала ее движения ускорение меняет знак на противоположный, оставаясь неизменным по модулю. Определите, через какое время t после начала движения точка окажется в исходном положении.
4. От пристани «Дубки» экспериментатор Глюк отправился в путешествие по реке на плоту. Ровно через час он причалил к пристани «Грибки», где обнаружил, что забыл свой рюкзак на пристани в «Дубках». К счастью, Глюк увидел на берегу своего друга – теоретика Бага, у которого была моторная лодка. На ней друзья поплыли обратно, забрали рюкзак и вернулись в «Грибки». Сколько времени моторная лодка плыла против течения, если все плавание заняло 32 минуты? Мотор лодки все время работал на полную мощность, а время, которое потребовалось на подбор рюкзака пренебрежимо мало.
5. При съемке художественного фильма потребовалось заснять эпизод с падением вагонов с моста в реку. Для этого был построен макет железной дороги, моста и вагонов в масштабе 1:50. С какой частотой кадров N_1 необходимо снимать этот эпизод, чтобы при просмотре кадров со стандартной частотой $N_0 = 24$ кадра/с ситуация выглядела правдоподобно?
6. Экспериментатор Глюк наблюдал с безопасного расстояния за движением грозовой тучи. Увидев первую молнию, он засек время и обнаружил, что услышал гром только через $t_1 = 20$ с. Через $\tau_1 = 3$ мин после первой вспышки произошла вторая, а гром грянул с опозданием на $t_2 = 5$ с. Еще через $\tau_2 = 4$ мин после второй вспышки Глюк увидел, как сверкнула последняя молния, и услышал звук грома через $t_3 = 20$ с. Учитывая, что туча двигалась с постоянной скоростью, определите скорость v ее движения и минимальное расстояние S от Глюка за время наблюдения. Скорость звука в воздухе $u \approx 330$ м/с, скорость света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

Модуль 2. Основы механики

Статикой называется раздел механики, изучающий условия равновесия тел.

Изучив второй закон Ньютона можно заключить, что если геометрическая сумма всех внешних сил, приложенных к телу, равна нулю, то тело находится в состоянии покоя или движется прямолинейно и равномерно. В этом случае принято говорить, что силы, приложенные к телу, уравновешивают друг друга. При вычислении равнодействующей все силы, действующие на тело, можно прикладывать к центру масс.

Чтобы невращающееся тело находилось в равновесии, необходимо, чтобы равнодействующая всех сил, приложенных к телу, была равна нулю.

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots = 0$$

или $\Sigma\vec{F} = 0$

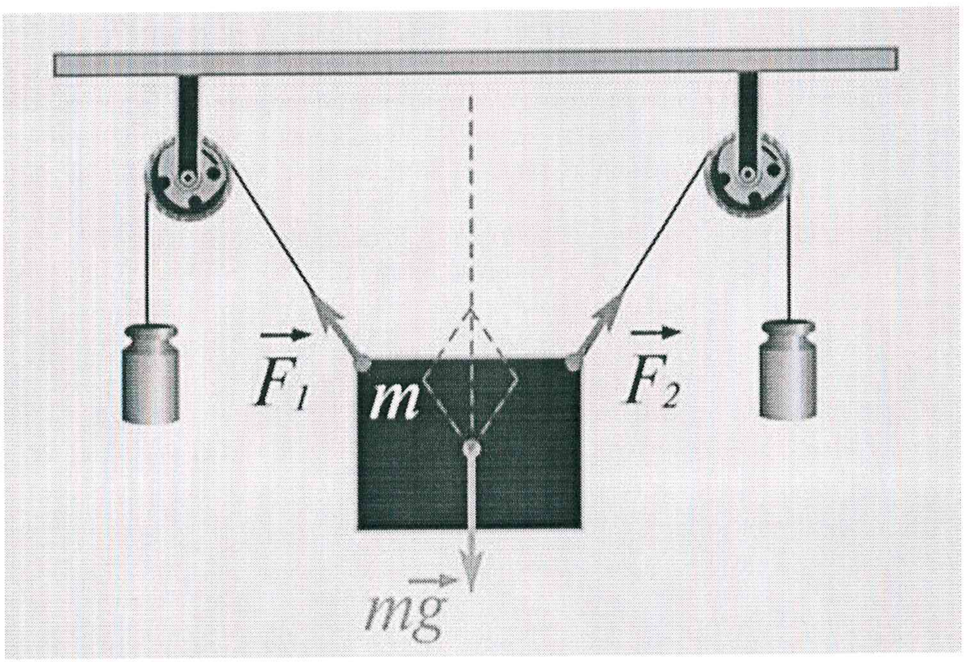


Рисунок 1.

Равновесие твердого тела под действием трех сил. При вычислении равнодействующей все силы приводятся к одной точке

Если тело может вращаться относительно некоторой оси, то для его равновесия недостаточно равенства нулю равнодействующей всех сил.

Вращающее действие силы зависит не только от ее величины, но и от расстояния между линией действия силы и осью вращения.

Длина перпендикуляра, проведенного от оси вращения до линии действия силы, называется плечом силы.

Произведение модуля силы $\vec{F}$ на плечо d называется моментом силы M. Положительными считаются моменты тех сил, которые стремятся повернуть тело против часовой стрелки.

Правило моментов: тело, имеющее неподвижную ось вращения, находится в равновесии, если алгебраическая сумма моментов всех приложенных к телу сил относительно этой оси равна нулю:

$$\mathbf{M_1 + M_2 + \cdots = 0}$$

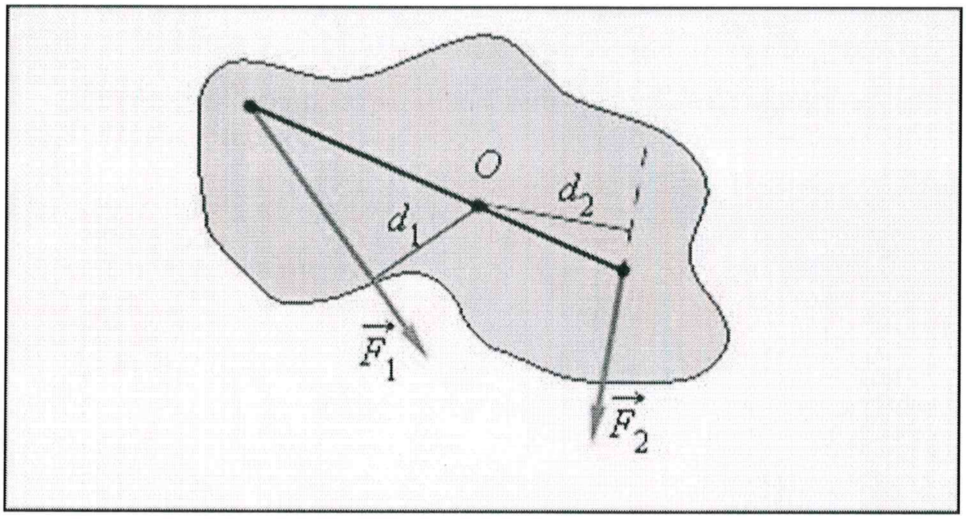


Рисунок 2.

Силы, действующие на рычаг, и их моменты. $M_1 = F_1 \cdot d_1 > 0$; $M_2 = – F_2 \cdot d_2 < 0$. При равновесии $M_1 + M_2 = 0$

В общем случае, когда тело может двигаться поступательно и вращаться, для равновесия необходимо выполнение обоих условий: равенство нулю равнодействующей силы и равенство нулю суммы всех моментов сил.

Катящееся по горизонтальной поверхности колесо – пример безразличного равновесия. Если колесо остановить в любой точке, оно окажется в равновесном состоянии. Наряду с безразличным равновесием в механике различают состояния устойчивого и неустойчивого равновесия.

Состояние равновесия называется устойчивым, если при малых отклонениях тела от этого состояния возникают силы или моменты сил, стремящиеся возвратить тело в равновесное состояние.

При малом отклонении тела из состояния неустойчивого равновесия возникают силы или моменты сил, стремящиеся удалить тело от положения равновесия.

Шар, лежащий на плоской горизонтальной поверхности, находится в состоянии безразличного равновесия. Шар, находящийся в верхней точке сферического выступа, – пример неустойчивого равновесия. Наконец, шар на дне сферического углубления находится в состоянии устойчивого равновесия.

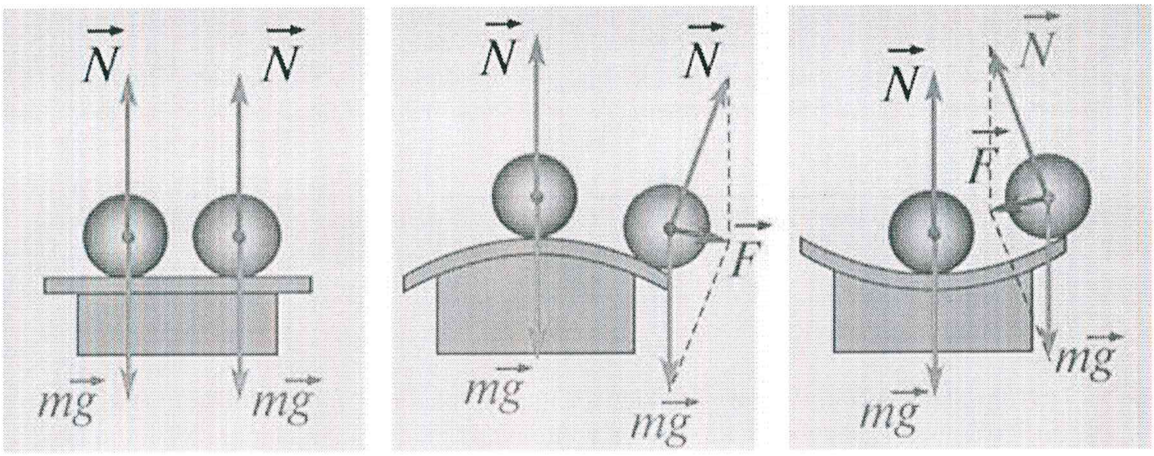


Рисунок 3.

Различные виды равновесия шара на опоре. (1) – безразличное равновесие, (2) – неустойчивое равновесие, (3) – устойчивое равновесие

Для тела, имеющего неподвижную ось вращения, возможны все три вида равновесия. Безразличное равновесие возникает, когда ось вращения проходит через центр масс. При устойчивом и неустойчивом равновесии центр масс находится на вертикальной прямой, проходящей через ось вращения. При этом, если центр масс находится ниже оси вращения, состояние равновесия оказывается устойчивым. Если же центр масс расположен выше оси – состояние равновесия неустойчиво (рис. 4).

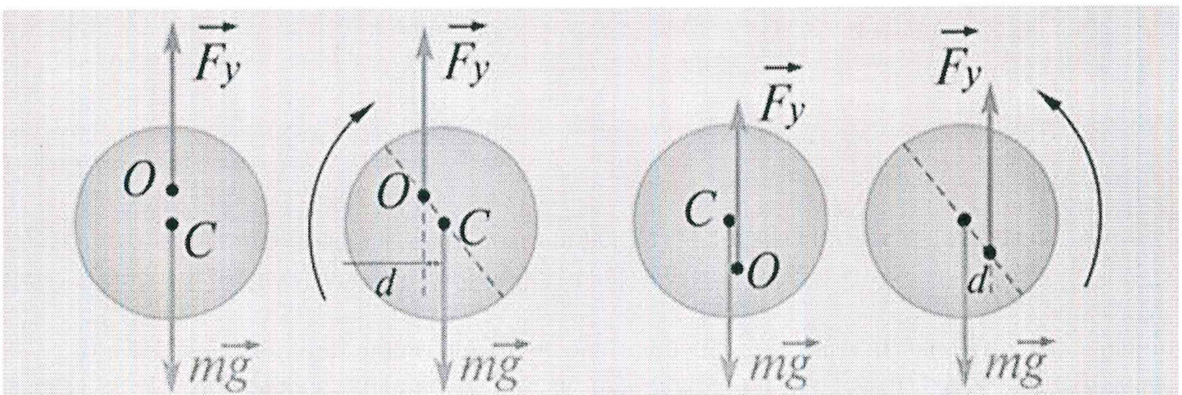


Рисунок 4

Устойчивое (1) и неустойчивое (2) равновесие однородного круглого диска, закрепленного на оси O; точка C – центр массы диска; $\overrightarrow{F_m}$ – сила тяжести; $\vec{F}_{упр}$ – упругая сила оси; d – плечо

Особым случаем является равновесие тела на опоре. В этом случае упругая сила опоры приложена не к одной точке, а распределена по основанию тела. Тело находится в равновесии, если вертикальная линия, проведенная через центр масс тела, проходит через площадь опоры, т. е. внутри контура, образованного линиями, соединяющими точки опоры. Если же эта линия не пересекает площадь опоры, то тело опрокидывается. Интересным примером равновесия тела на опоре является падающая башня в итальянском городе Пиза (рис. 5), которую по преданию использовал Галилей при изучении законов свободного падения тел. Башня имеет форму цилиндра высотой 55 м и радиусом 7 м. Вершина башни отклонена от вертикали на 4,5 м.

Вертикальная линия, проведенная через центр масс башни, пересекает основание приблизительно в 2,3 м от его центра. Таким образом, башня находится в состоянии равновесия. Равновесие нарушится и башня упадет, когда отклонение ее вершины от вертикали достигнет 14 м.

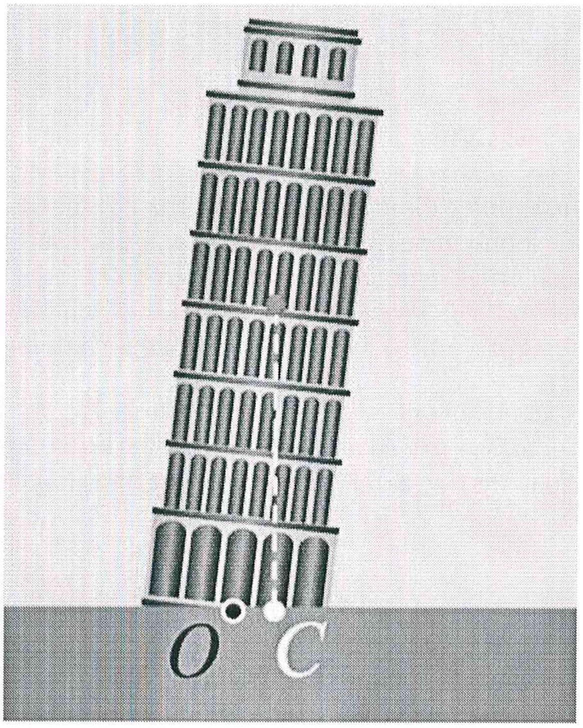


Рисунок 5.

Падающая Пизанская башня. Точка C – центр масс, точка O – центр основания башни, CC' – вертикаль, проходящая через центр масс

Колебания — это повторяющиеся во времени изменения состояния системы. Понятие колебаний охватывает очень широкий круг явлений.

Колебания механических систем, или механические колебания — это механическое движение тела или системы тел, которое обладает повторяемостью во времени и происходит в окрестности положения равновесия. Положением равновесия называется такое состояние системы, в котором она может оставаться сколь угодно долго, не испытывая внешних воздействий. Например, если маятник отклонить и отпустить, то начнутся колебания.

Положение равновесия — это положение маятника при отсутствии отклонения. В этом положении маятник, если его не трогать, может пребывать сколь угодно долго. При колебаниях маятник много раз проходит положение равновесия. Сразу после того, как отклонённый маятник отпустили, он начал двигаться, прошёл положение равновесия, достиг противоположного крайнего положения, на мгновение остановился в нём, двинулся в обратном направлении, снова прошёл положение равновесия и вернулся назад. Совершилось одно полное колебание. Дальше этот процесс будет периодически повторяться.

Амплитуда колебаний тела — это величина его наибольшего отклонения от положения равновесия.

Период колебаний T — это время одного полного колебания. Можно сказать, что за период тело проходит путь в четыре амплитуды.

Частота колебаний ν — это величина, обратная периоду: $\nu = 1/T$. Частота измеряется в герцах (Гц) и показывает, сколько полных колебаний совершается за одну секунду.

Гармонические колебания

Будем считать, что положение колеблющегося тела определяется одной-единственной координатой x. Положению равновесия отвечает значение $x = 0$. Основная задача механики в данном случае состоит в нахождении функции $x(t)$, дающей координату тела в любой момент времени. Для математического описания колебаний естественно использовать периодические функции. Таких функций много, но две из них — синус и косинус — являются самыми важными. У них много хороших свойств, и они тесно связаны с широким кругом физических явлений. Поскольку функции синус и косинус получаются друг из друга сдвигом аргумента на $\pi/2$, можно ограничиться только одной из них. Мы для определённости будем использовать косинус. Гармонические колебания — это колебания, при которых координата зависит от времени по гармоническому закону: $x = A\cos(\omega t + \alpha)$. (1) Выясним смысл входящих в эту формулу величин. Положительная величина A является наибольшим по модулю значением координаты (так как максимальное значение модуля косинуса равно единице), т. е. наибольшим отклонением от положения равновесия. Поэтому A — амплитуда колебаний.

Аргумент косинуса $\omega t+\alpha$ называется фазой колебаний. Величина α, равная значению фазы при $t = 0$, называется начальной фазой. Начальная фаза отвечает начальной координате тела:

$$x0 = A\cos\alpha.$$

Величина ω называется циклической частотой. Найдём её связь с периодом колебаний T и частотой ν. Одному полному колебанию отвечает приращение фазы, равное 2π радиан: $\omega T = 2\pi$, откуда

$$\omega = 2\pi / T, \quad (2)$$

$$\omega = 2\pi\nu. \quad (3)$$

Измеряется циклическая частота в рад/с (радиан в секунду). В соответствии с выражениями (2) и (3) получаем ещё две формы записи гармонического закона (1):

$$x = A\cos 2\pi t/ T + \alpha,$$

$$x = A\cos(2\pi\nu t + \alpha).$$

График функции (1), выражающей зависимость координаты от времени при гармонических колебаниях, приведён на рис. 7

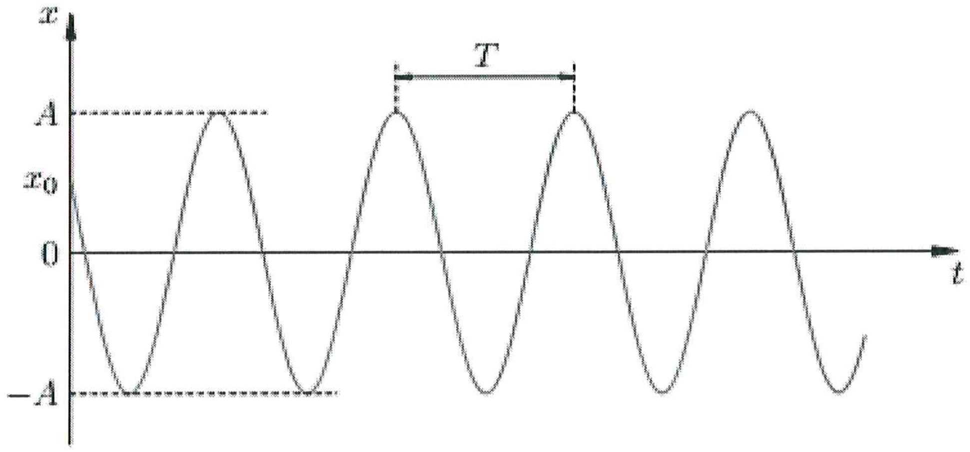


Рис. 7. График гармонических колебаний

Гармонический закон вида (1) носит самый общий характер. Он отвечает, например, ситуации, когда с маятником совершили одновременно два начальных действия: отклонили на величину x0 и придали ему некоторую начальную скорость. Имеются два важных частных случая, когда одно из этих действий не совершалось. Пусть маятник отклонили, но начальной скорости не сообщали (отпустили без начальной скорости). Ясно, что в этом случае x0 = A, поэтому можно положить $\alpha = 0$. Мы получаем закон косинуса: $x = A \cos \omega t$. График гармонических колебаний в этом случае представлен на рис. 8.

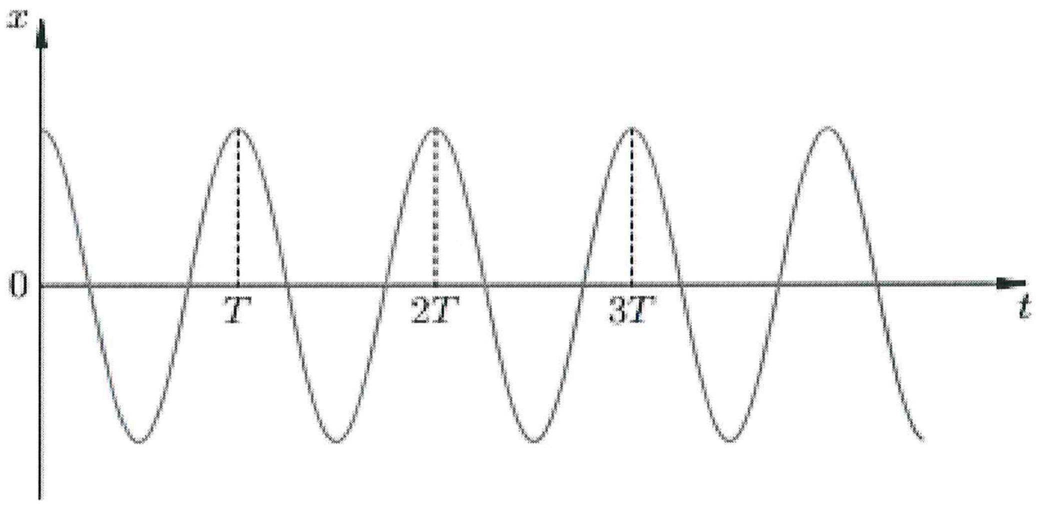


Рис. 8. Закон косинуса

Допустим теперь, что маятник не отклоняли, но ударом сообщили ему начальную скорость из положения равновесия. В этом случае x0 = 0, так что можно положить $\alpha = -\pi/2$. Получаем закон синуса: $x = A \sin \omega t$. График колебаний представлен на рис. 9.

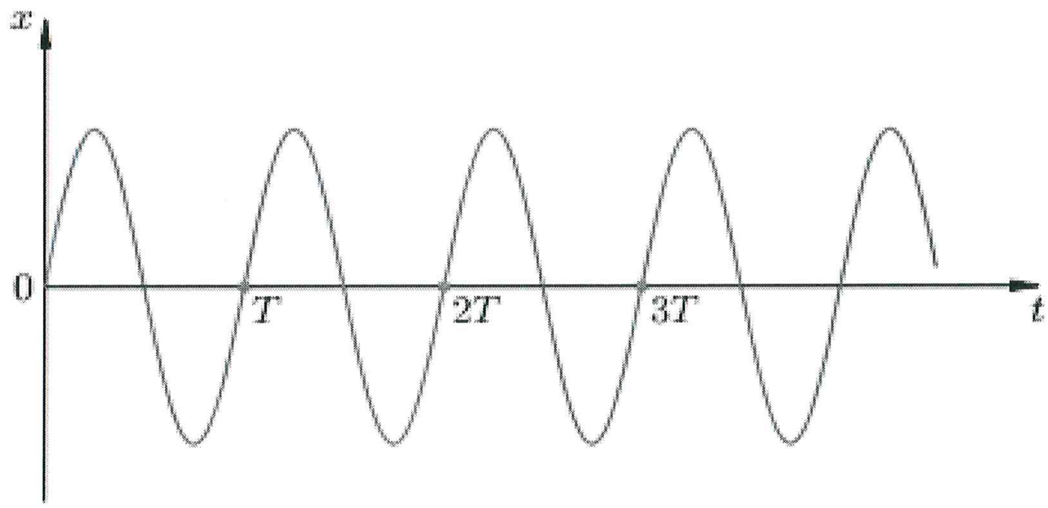


Рис. 9. Закон синуса

Уравнение гармонических колебаний

Вернёмся к общему гармоническому закону (1). Дифференцируем это равенство:

$$v_x = \dot{x} = -A\omega \sin(\omega t + \alpha). (4)$$

Теперь дифференцируем полученное равенство (4):

$$a_x = \ddot{x} = -A\omega 2 \cos(\omega t + \alpha). (5)$$

Давайте сопоставим выражение (1) для координаты и выражение (5) для проекции ускорения. Мы видим, что проекция ускорения отличается от координаты лишь множителем $-\omega$ 2 : $a_x = -\omega$ 2x. (6) Это соотношение называется уравнением гармонических колебаний. Его можно переписать и в таком виде: $\ddot{x} + \omega$ 2x = 0. (7) С математической точки зрения уравнение (7) является дифференциальным уравнением. Решениями дифференциальных уравнений служат функции (а не числа, как в обычной алгебре). Так вот, можно доказать, что:

• решением уравнения (7) является всякая функция вида (1) с произвольными A и α;

• никакая другая функция решением данного уравнения не является. Иными словами, соотношения (6), (7) описывают гармонические колебания с циклической частотой ω и только их. Две константы A и α определяются из начальных условий — по начальным значениям координаты и скорости.

Пружинный маятник

Пружинный маятник — это закреплённый на пружине груз, способный совершать колебания в горизонтальном или вертикальном направлении. Найдём период малых горизонтальных колебаний пружинного маятника (рис. 10). Колебания будут малыми, если величина деформации пружины много меньше её размеров. При малых деформациях мы можем пользоваться законом Гука. Это приведёт к тому, что колебания окажутся гармоническими.

Трением пренебрегаем. Груз имеет массу m, жёсткость пружины равна k. Координате x = 0 отвечает положение равновесия, в котором пружина не деформирована. Следовательно, величина деформации пружины равна модулю координаты груза.

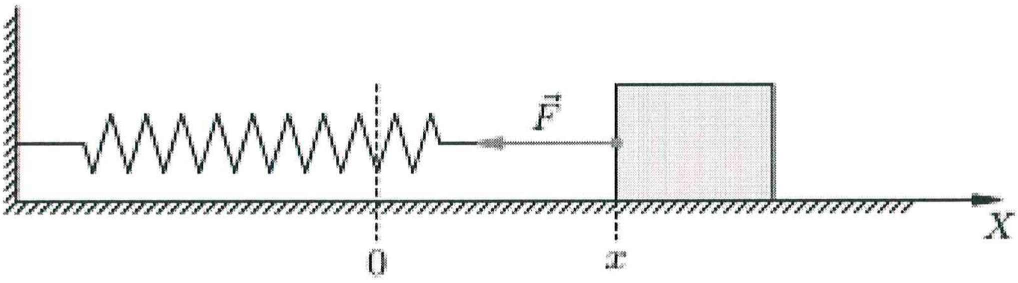


Рис. 10. Пружинный маятник

В горизонтальном направлении на груз действует только сила упругости F со стороны пружины. Второй закон Ньютона для груза в проекции на ось X имеет вид:

$$ma_x = F_x \,. \,(8)$$

Если $x > 0$ (груз смещён вправо, как на рисунке), то сила упругости направлена в противоположную сторону, и $F_x < 0$. Наоборот, если $x < 0$, то $F_x > 0$. Знаки x и F_x всё время противоположны, поэтому закон Гука можно записать так:

$$F_x = -kx.$$

Тогда соотношение (8) принимает вид: $ma_x = -kx$ или $a_x = -\ kx\ /m$.

Мы получили уравнение гармонических колебаний вида (6), в котором $\omega\ 2 = k\ m$. Циклическая частота колебаний пружинного маятника, таким образом, равна:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \,. \,(9)$$

Отсюда и из соотношения $T = 2\pi/\omega$ находим период горизонтальных колебаний пружинного маятника:

$$T = 2\pi\, r \sqrt{\frac{m}{k}} \,. \,(10)$$

Если подвесить груз на пружине, то получится пружинный маятник, совершающий колебания в вертикальном направлении. Можно показать, что и в этом случае для периода колебаний справедлива формула (10).

Математический маятник

Математический маятник — это небольшое тело, подвешенное на невесомой нерастяжимой нити (рис. 11). Математический маятник может совершать колебания в вертикальной плоскости в поле силы тяжести.

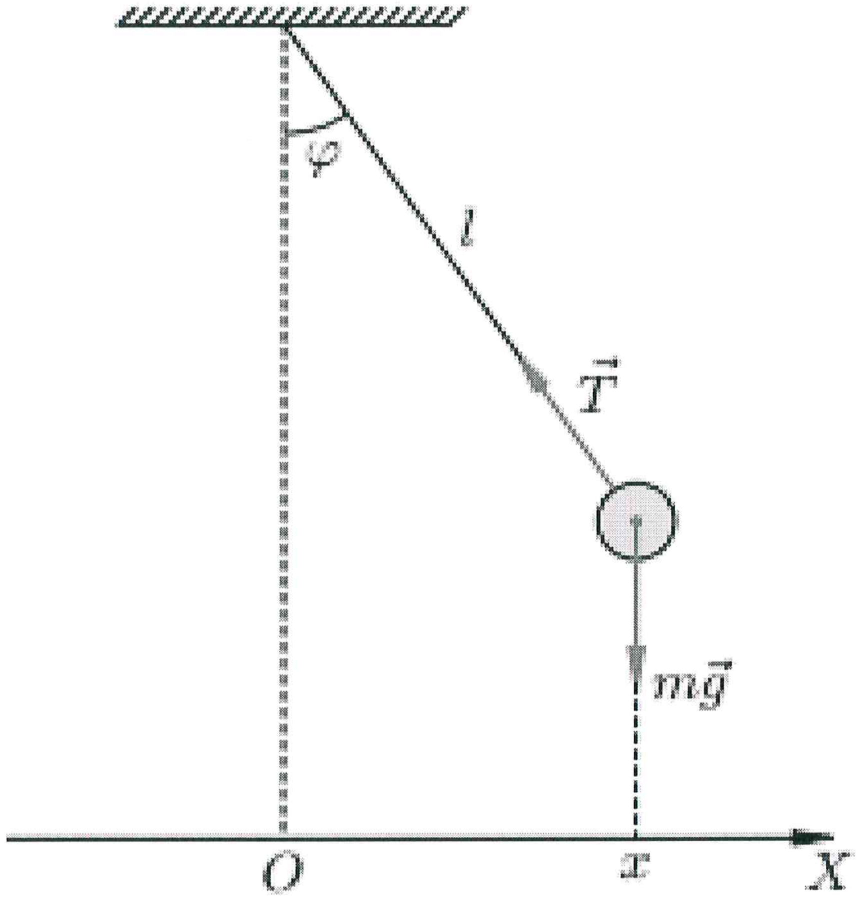


Рис. 11. Математический маятник

Найдём период малых колебаний математического маятника. Длина нити равна l. Сопротивлением воздуха пренебрегаем. Запишем для маятника второй закон Ньютона: ma = mg + T (векторно), и спроектируем его на ось X: $ma_x = T_x$. Если маятник занимает положение как на рисунке (т. е. x > 0), то:

$$T_x = -T \sin \phi = -T\, x/l\ .$$

Если же маятник находится по другую сторону от положения равновесия (т. е. x < 0), то: $T_x = T \sin \phi = -T\, x/l$. Итак, при любом положении маятника имеем:

$$ma_x = -T\, x/l\ . \quad (11)$$

Когда маятник покоится в положении равновесия, выполнено равенство T = mg. При малых колебаниях, когда отклонения маятника от положения равновесия малы (по сравнению с длиной нити), выполнено приближённое равенство $T \approx mg$. Воспользуемся им в формуле (11):

$$ma_x = -mg\, x/l\ , \text{ или } a_x = -\, g\, x/\, l.$$

Это — уравнение гармонических колебаний вида (6), в котором $\omega^2 = g\,/l$. Следовательно, циклическая частота колебаний математического маятника равна: $\omega = \sqrt{g\,/l}$. (12) Отсюда период колебаний математического маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{l/g}\,. \quad (13)$$

Обратите внимание, что в формулу (13) не входит масса груза. В отличие от пружинного маятника, период колебаний математического маятника не зависит от его массы.

Свободные и вынужденные колебания

Говорят, что система совершает свободные колебания, если она однократно выведена из положения равновесия и в дальнейшем предоставлена сама себе. Никаких периодических внешних воздействий система при этом не испытывает, и никаких внутренних источников энергии, поддерживающих колебания, в системе нет. Рассмотренные выше колебания пружинного и математического маятников являются примерами свободных колебаний. Частота, с которой совершаются свободные колебания, называется собственной частотой колебательной системы. Так, формулы (9) и (12) дают собственные (циклические) частоты колебаний пружинного и математического маятников. В идеализированной ситуации при отсутствии трения свободные колебания являются незатухающими, т. е. имеют постоянную амплитуду и длятся неограниченно долго. В реальных колебательных системах всегда присутствует трение, поэтому свободные колебания постепенно затухают (рис. 12).

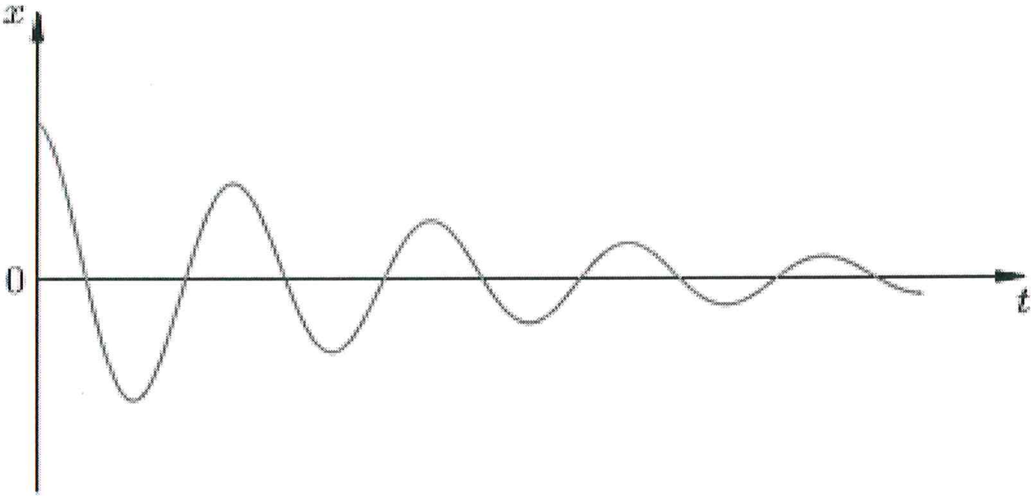


Рис. 12. Затухающие колебания

Вынужденные колебания — это колебания, совершаемые системой под воздействием внешней силы $F(t)$, периодически изменяющейся во времени (так называемой вынуждающей силы). Предположим, что собственная частота колебаний системы равна ω_0, а вынуждающая сила зависит от времени по гармоническому закону: $F(t) = F_0 \cos \omega t$. В течение некоторого времени происходит установление вынужденных колебаний: система совершает сложное движение, которое является наложением выужденных и свободных колебаний. Свободные колебания постепенно затухают, и в установившемся режиме система совершает 6вынужденные колебания, которые также оказываются гармоническими. Частота установившихся вынужденных колебаний совпадает с частотой ω вынуждающей силы (внешняя сила как бы навязывает системе свою частоту). Амплитуда установившихся вынужденных колебаний зависит от частоты вынуждающей силы. График этой зависимости показан на рис. 13.

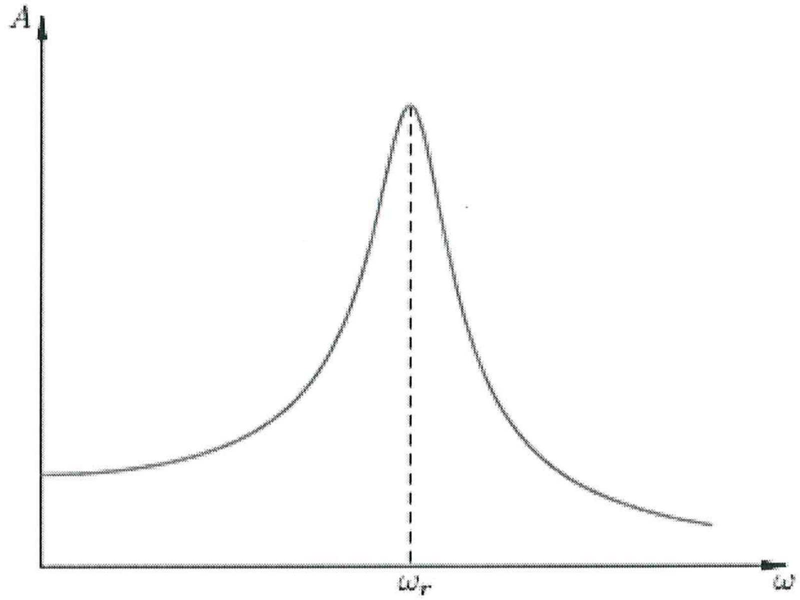
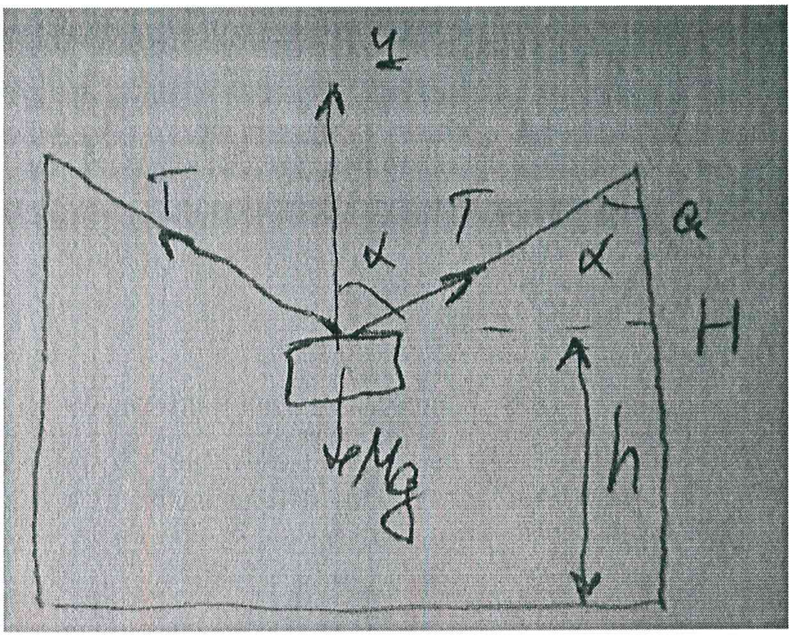


Рис. 13. Резонанс

Мы видим, что вблизи частоты $\omega = \omega_r$ наступает резонанс — явление возрастания амплитуды вынужденных колебаний. Резонансная частота приближённо равна собственной частоте колебаний системы: $\omega_r \approx \omega_0$, и это равенство выполняется тем точнее, чем меньше трение в системе. При отсутствии трения резонансная частота совпадает с собственной частотой колебаний, $\omega_r = \omega_0$, а амплитуда колебаний возрастает до бесконечности при $\omega \to \omega_0$

Рассмотрим некоторые олимпиадные задачи.

Задача 1. Фонарь массой M=10кг подвешен над серединой улицы шириной l=10м на канате, допустимая сила натяжения которого T=500H. Определить высоту H крепления концов каната, если точка крепления фонаря должна находиться на высоте h=5м.



Из рисунка очевидно, что H=h+a.

Запишем второй закон Ньютона для фонаря:

$$2\mathrm{T}\cos\alpha - \mathrm{Mg} = 0$$

Откуда получаем $\cos\alpha = \frac{\mathrm{Mg}}{2\mathrm{T}}$

С другой стороны, из прямоугольного треугольника можно выразить

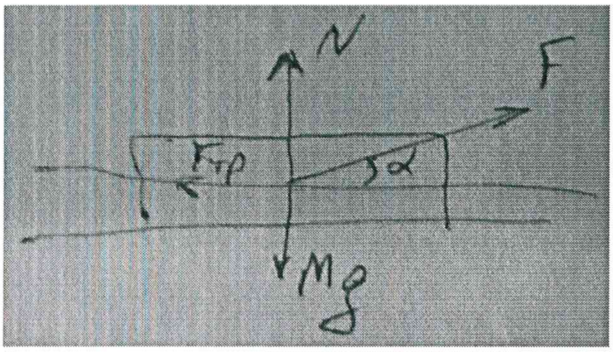
$$\cos\alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}}$$

Приравняв выражения косинуса и проведя преобразования получаем:

$$a = \frac{\mathrm{Mgl}}{2\sqrt{4\mathrm{T}^2 - (\mathrm{Mg})^2}}$$

Подставив числовые значения получим H=5,5м.

Задача 2. Какую силу необходимо приложить, чтобы равномерно двигать ящик массой M=60кг вдоль горизонтальной поверхности, если коэффициент трения между ящиком и поверхностью 0,27, а сила действует под углом 30 градусов к горизонту?



Запишем второй закон Ньютона в проекции на горизонтальную ось:

$$F\cos\alpha - F_{тр} = 0$$

$$F_{тр} = \mu N = \mu(Mg - F\sin\alpha)$$

Используя данные уравнения получим выражение для силы F:

$$F = \frac{\mu Mg}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}$$

Подставив числовые значения получим F=161,8Н.

На какую часть длины надо уменьшить длину математического маятника, чтобы период колебаний маятника на высоте 10 км над поверхностью Земли был равен периоду его колебаний на поверхности Земли?

На поверхности Земли $g_0=GM/R^2$

На высоте h $g_h=GM/(R+h)^2$

Из формулы периода колебаний математического маятника имеем $l=T^2g/4\pi^2$

$l_0-l=h(2R+h)/R^2(R+h)^2$

$(l_0-l)/l=h(2R+h)/(R+h)^2$, т.к. h<<R в расчётах можно принять

$(l_0-l)/l=2Rh/(R+h)^2=3*10^{-3}$

Задание №1 из вступительной контрольной работы (Покори Воробьевы горы 2014г. заключительный этап)

Наземникус решил спрятать один из вынесенных золотых слитков в глубоком цилиндрическом колодце, площадь поперечного сечения которого $S = 0,5\ м^2$. В колодце была вода и поддерживалась температура $0°C$. Наземникус поместил слиток в кусок льда, причем лед со слитком плавал на поверхности воды в колодце, не касаясь стенок. Из-за небольшого повышения температуры лед все-таки растаял, и уровень воды в колодце понизился на $\Delta h_1 \approx 9,48$ мм (вода из колодца не выливается и в колодец не поступает). После извлечения слитка из колодца уровень понизился еще на $\Delta h_2 \approx 0,52$ мм. Найдите массу золотого слитка и определите его плотность (слитки содержат небольшое количество примесей, и их плотность может отличаться от «табличной» плотности чистого золота). Плотность воды в колодце $\rho_0 = 1,00\ г/см^3$, тепловым расширением всех материалов при небольшом нагревании пренебречь.

Решение:

Пусть V_0 - начальный объем воды в колодце, m_0 - начальная масса льда, m - масса золотого слитка. До того, как лед начал таять, объем под поверхностью воды был равен сумме V_0 и объема вытесненной воды, который, согласно закону Архимеда, равен $\frac{m_0+m}{\rho_0}$. Итак, $V_1 = V_0 + \frac{m_0+m}{\rho_0}$. После таяния льда из него образуется вода объемом $\frac{m_0}{\rho_0}$, а слиток золота объемом $\frac{m}{\rho}$ (ρ - плотность слитка) тонет. Поэтому объем под поверхностью $V_2 = V_0 + \frac{m_0}{\rho_0} + \frac{m}{\rho}$, и понижение уровня воды в колодце $\Delta h_1 = \frac{V_1 - V_2}{S} = \frac{m}{S}\left(\frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{\rho}\right)$. После извлечения слитка объем под поверхностью уменьшится еще на объем слитка ($V_3 = V_0 + \frac{m_0}{\rho_0}$), и $\Delta h_2 = \frac{V_2 - V_3}{S} = \frac{m}{S\rho}$. Из этих соотношений легко выразить: $m = \rho_0 S(\Delta h_1 + \Delta h_2) \approx 5$ кг, и $\rho = \frac{m}{S\,\Delta h_2} = \rho_0 \frac{\Delta h_1 + \Delta h_2}{\Delta h_2} \approx 19{,}2$ г/см^3.

ОТВЕТ: $m = \rho_0 S(\Delta h_1 + \Delta h_2) \approx 5$ **кг,** $\rho = \rho_0 \frac{\Delta h_1 + \Delta h_2}{\Delta h_2} \approx 19{,}2$ **г/см^3 (как видно, на самом деле**

Задания для самостоятельной работы.

1. Взвешивание металлического бруска было произведено при помощи нескольких динамометров с предельной нагрузкой по 50 Н у каждого. Масса бруска оказалась равной 17,5 кг. Каким образом было произведено взвешивание бруска и какое наименьшее число динамометров потребовалось для этого?
2. Каким должен быть коэффициент трения μ для того, чтобы клин, заколоченный в бревно, не выскакивал из него? Угол при вершине клина равен 30°.
3. Труба массой $M = 1{,}2 \cdot 10^3$ кг лежит на земле. Какую силу F надо приложить, чтобы приподнять краном трубу за один из ее концов?
4. Определить, на сколько отстанут маятниковые (ходиковые) часы за сутки, если их поднять на высоту 5 км над поверхностью Земли.
5. За лисой, бегущей прямолинейно и равномерно со скоростью v_1, гонится собака, скорость которой v_2 постоянна по абсолютной величине и направлена все время на лису. В момент, когда скорости v_1 и v_2 оказались взаимно перпендикулярными, расстояние между лисой и собакой было равно l. Каково было ускорение собаки в этот момент?

Ответы и указания к заданиям модуля №1

1) Ответ: локомотив остановится за 25 м до светофора.

Комментарий к решению задачи: для правильного решения определите время до полной остановки локомотива.

2) Ответ: скорость вертолета в момент выключения двигателя 80 м/с.

Комментарий к решению задачи: необходимо учесть, что «последняя порция» звука достигла земли (ушей наблюдателя) спустя время после выключения двигателя, необходимое на прохождение пути по вертикали от вертолета до земли.

3) Ответ: общее время в движении $t=(2+\sqrt{2})t_1$.

Комментарий к решению задачи: в момент изменения ускорения тело уже имеет скорость и продолжает двигаться в прежнем направлении. Рекомендуется решать через координаты тела.

4) Ответ: путь на моторной лодке против течения занял 20 мин.

Комментарий к решению задачи: основная трудность этой задачи связана с математикой и состоит в решении полученной системы уравнений. Для быстрого и эффективного решения системы следует прибегать к нестандартным способам, например к делению уравнений друг на друга.

5) Ответ: для правдоподобности ситуации нужно снимать макет с частотой кадров 170 к/с.

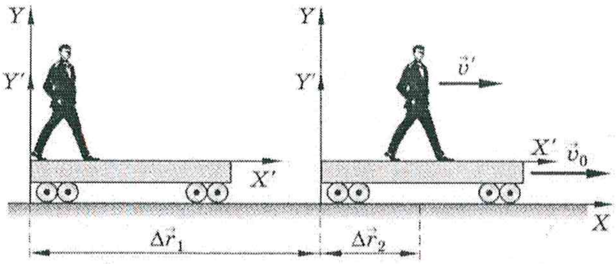
Комментарий к решению задачи: при падении оригинала и макета должно пройти одинаковое число кадров.

6) Ответ: туча двигалась со скоростью 30,7 м/с и была на наименьшем расстоянии 1,37 км от Глюка.

Комментарий к решению задачи: изобразите последовательно положения тучи в моменты вспышки молнии с учетом постоянства скорости тучи и времени между вспышками. Положение экспериментатора не должно быть на одной прямой с ходом тучи. Временем распространения света можно пренебречь.

Бонус к модулю №2

Относительность движения. Закон сложения скоростей. Кинематические связи. Плоское движение твердого тела.



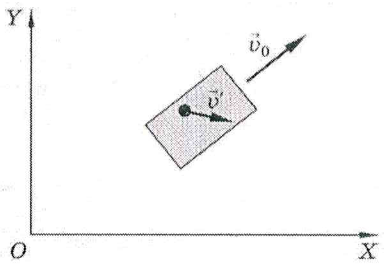
Описание движения зависит от выбора системы отсчета, в этом состоит *относительность движения.*

Рассмотрим движение пассажира относительно двух систем отсчета (система координат, связанная с платформой, и система координат, связанная с Землей), которые движутся друг относительно друга равномерно и прямолинейно (рис.): $\vec{v}'$ – скорость пассажира относительно подвижной системы отчета $X'Y'$; v_0 – скорость платформы (подвижной системы координат) относительно неподвижной системы отсчета.

Для перемещений можно записать:

$$\Delta r = \Delta r_1 + \Delta r_2.$$

Разделив перемещение на Δt получим классический закон сложения скоростей: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}'$, где $\vec{v}$ – вектор скорости тела относительно неподвижной системы отсчета; $\vec{v}_0$ – вектор скорости подвижной системы; $\vec{v}'$ – вектор скорости тела относительно подвижной системы отсчета.



Пусть относительное движение происходит в произвольном направлении (рис.). В этом случае удобно записать закон сложения скоростей для проекций:

$$\text{ось } X\text{: } v_x = v_{0x} + v'_x;$$
$$\text{ось } Y\text{: } v_y = v_{0y} + v'_y.$$

И соответственно уравнения для координат $x = x_0 + x'$; $y = y_0 + y'$.

Таким образом, пройденный путь, траектория, скорость и перемещение зависят от выбора системы отсчета. Механическое движение относительно.

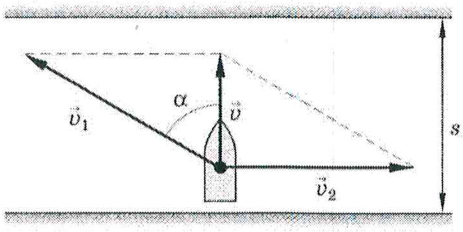
Рассмотрим некоторые задачи.

Задача 1. *Лодка, движущаяся со скоростью v_1 в системе отсчета, связанной с водой, должна переправиться через реку по кратчайшему пути. Какой курс должна держать лодка, если скорость течения реки v_2? Какова скорость лодки v относительно земли? Сколько времени займет переправа, если ширина реки S?*

Согласно закону сложения скоростей $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$. Из треугольника скоростей (рис.) находим:

$$v_1 \sin\alpha = v_2,$$

откуда курс лодки $\alpha = \arcsin(v_2/v_1)$.



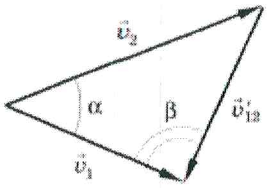
По теореме Пифагора скорость лодки относительно земли

$$v = \sqrt{v_1^2 - v_2^2},$$

время переправы

$$t = \frac{s}{v} = \frac{s}{\sqrt{v_1^2 - v_2^2}}.$$

Задача 2. *Два корабля движутся под углом α друг к другу со скоростями v_1 и v_2. Найти относительную скорость кораблей и расстояние r_{12} между ними в момент времени t.*



Пусть $\vec{v}_1 = \vec{v}_2 + \vec{v}'_{12}$, где $\vec{v}'_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$ – относительная скорость кораблей (рис.).

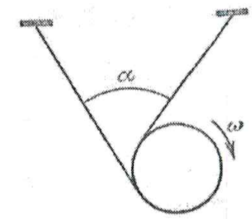
Воспользуемся теоремой косинусов (возможно, Вы ее еще не изучили, обратитесь к учебнику геометрии за 9 класс):

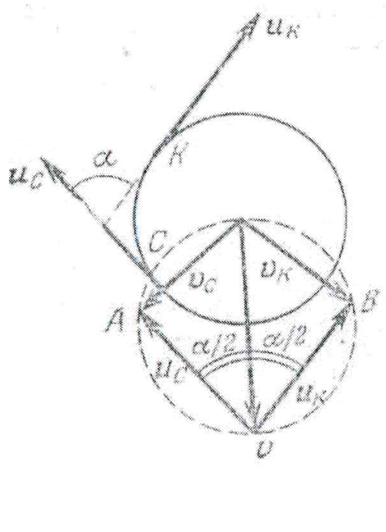
$$v'_{12} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2\cos\alpha}, r_{12} = v'_{12}t = t\sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2\cos\alpha}.$$

Для определения угла β, характеризующего направление $\vec{v}'_{12}$ по отношению к направлению $\vec{v}_1$, воспользуемся теоремой синусов (так же можно найти в учебнике геометрии за 9 класс):

$$\frac{\sin\beta}{v_2} = \frac{\sin\alpha}{v'_{12}}, \beta = \arcsin\frac{v_2}{v'_{12}}\sin\alpha.$$

Задача 3. *Тяжелый диск радиуса R скатывается на двух нерастяжимых нитях, намотанных на него. Свободные концы нитей закреплены (рис.). Нити при движении диска постоянно натянуты. В некоторый момент угловая скорость диска равна ω, а угол между нитями α. Какова в этот момент скорость центра диска?*





В системе координат, связанной с центром диска, скорости u_C и u_K точек C и K равны по абсолютной величине ωR и направлены вдоль нитей.

Поскольку нити нерастяжимы, в системе, связанной с Землей, скорости этих точек перпендикулярны к нитям. Следовательно, если v – скорость центра диска, то вектор $v_C = u_C + v$ перпендикулярен к u_C (рис.), а вектор $v_K = u_K + v$ перпендикулярен к u_K. Это означает, что точки A и B лежат на окружности с диаметром v. Из рисунка видно, что v составляет угол $\alpha/2$ с каждой из нитей и

$$v = \frac{u_C}{\cos(\alpha/2)} = \frac{\omega R}{\cos(\alpha/2)}.$$

Модуль 3. Электростатика

Электростатика *– раздел электродинамики, изучающий покоящиеся электрически заряженные тела.*

Существует два вида электрических зарядов: ***положительные (<u>стекло</u> о шелк) и отрицательные (<u>эбонит</u> о шерсть)***

разноименные заряды: ⊕⟶ ⟵⊖

одноименные заряды: ⟵⊕ ⊕⟶ ⟵⊖ ⊖⟶

элементарный заряд – минимальный заряд ($e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл)

Заряд любого тела кратен целому числу элементарных зарядов: $q = N\cdot e$

Электризация тел *– перераспределение заряда между телами.*

Способы электризации: трение, касание, влияние.

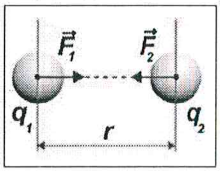
Закон сохранения электрического заряда *– в замкнутой системе алгебраическая сумма зарядов всех частиц остается неизменной.*

$$q_1 + q_2 + q_3 + \ldots + q_n = \text{const}$$

Пробный заряд *– точечный положительный заряд.*

Закон Кулона (установлен опытным путем в 1785 году)

Сила взаимодействия двух <u>неподвижных</u> <u>точечных</u> зарядов в вакууме прямо пропорциональна произведению модулей зарядов и обратно пропорционально квадрату расстояния между ними.



$$F = k\cdot\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{R^2}$$

$F_1 = -F_2$ по 3 з-ну Ньютона

q_1 и q_2 - заряды; R - расстояние между зарядами;

k - коэффициент пропорциональности, равный силе взаимодействия единичных зарядов на расстоянии, равном единице длины.

В СИ: $k = 1/4\pi\varepsilon_0 = 9\cdot10^9$ Н·м²/Кл²

ε_0-электрическая постоянная; $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}$ Кл²/Н·м²

Закон Кулона *в диэлектрической среде:* $F = k\cdot\frac{|q_1|\,|q_2|}{\varepsilon R^2}$

ε - диэлектрическая проницаемость среды, характеризующая свойства среды. В вакууме $\varepsilon = 1$, в воздухе $\varepsilon \approx 1$

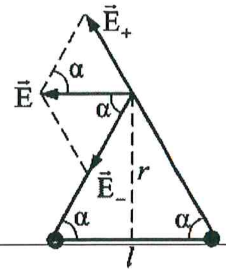
Электрическое поле *– вид материи, осуществляющий взаимодействие между электрическими зарядами, возникает вокруг зарядов, действует только на заряды.*

<u>Характеристики электрического поля</u>

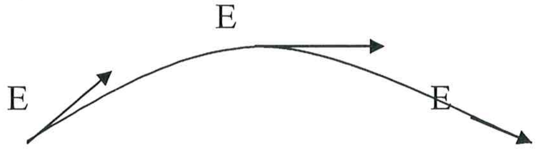
силовая (напряженность $\vec{E}$) ⟵ ⟶ **энергетическая (потенциал φ)**

Напряжённость - векторная физическая величина, равная отношению силы F, с которой электрическое поле действует на пробный точечный заряд q, к значению этого заряда. $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{\lvert q\rvert}$, [E]= Н/Кл = В/м **Направление вектора напряженности** совпадает с направлением вектора силы, действующей ***на положительный заряд***, и противоположно направлению силы, действующий на отрицательный заряд.	Потенциал электростатического поля - отношение потенциальной энергии заряда в поле к этому заряду $\varphi = \frac{W_п}{q}$, [φ] = Дж/Кл = 1 В φ - скалярная величина, определяющая потенциальную энергию заряда в любой точке эл. поля. $W_п = qEd$; $\varphi = Ed$ $W_п$; φ – зависят от выбора нулевого уровня

Принцип суперпозиции полей

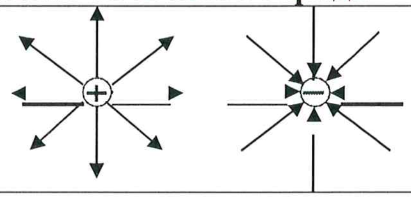
Если в данной точке пространства различные заряды создают электрические поля напряженности, которых $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$, $\vec{E}_3 \ldots$ и т.д., то результирующая напряженность поля в этой точке равна векторной сумме напряжённостей отдельных полей. $\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2+\vec{E}_3+\ldots+\vec{E}_n$ 	Если в данной точке пространства различные заряды создают электрические поля потенциалы, которых φ_1, φ_2, φ_3 и т.д., то результирующий потенциал в этой точке равен алгебраической сумме потенциалов всех полей. $\varphi=\varphi_1+\varphi_2+\varphi_3+\ldots$ (знак потенциала определяется знаком заряда: $q > 0$, $\varphi > 0$; $q < 0$, $\varphi < 0$)

***Силовые линии напряженности электрического поля** – непрерывные линии, касательные к которым в каждой точке, через которые они проходят, совпадают с вектором напряженности.*



Свойства силовых линий:
- не замкнуты;
- не пересекаются;
- непрерывны;
- направление совпадает с направлением вектора напряжённости;
- начало на + q или в бесконечности, конец на – q или в бесконечности;
- гуще вблизи зарядов (где больше напряжённость).
- перпендикулярны поверхности проводника

Поле точечного заряда

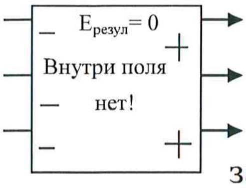
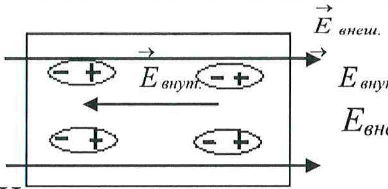
Модуль напряжённости.		Потенциал.
$E = k\cdot\frac{\lvert q\rvert}{\varepsilon R^2}$		$\varphi = \pm k\cdot\frac{q}{\varepsilon R}$

Поле равномерно заряженной сферы.

(R – радиус сферы; r – расстояние от центра сферы до точки поля)

	модуль напряжённости	**потенциал**
внутри сферы ($r < R$)	$E = 0$	$\varphi = \pm k\cdot\frac{q}{R}$
на поверхности сферы ($r = R$)	$E = k\cdot\frac{\lvert q\rvert}{R^2}$	$\varphi = \pm k\cdot\frac{q}{R}$
вне сферы ($r > R$)	$E = k\cdot\frac{\lvert q\rvert}{r^2} = k\cdot\frac{\lvert q\rvert}{(R+a)^2}$, где a – расстояние от поверхности шара до точки поля	$\varphi = \pm k\frac{q}{r} = k\cdot\frac{q}{(R+a)}$

<u>Поле внутри вещества</u>

проводники	***диэлектрики***
q на поверхности  Напряженность электростатического поля в металле равняется нулю, так как поле свободных зарядов, существующих в не м, через достаточно короткий промежуток времени уравновесит внешнее поле и ток в металле будет равен нулю. **Внутри проводника поля нет!!!** (электростатическая защита)	 $\vec{E}_{внут.} \uparrow\downarrow \vec{E}_{внеш.}$ $E_{внеш.}\downarrow$ в ε раз Напряженность поля в диэлектрике меньше, чем в вакууме из-за явления поляризации и, следовательно, густота силовых линий в диэлектрике меньше. Отношение напряженности поля в вакууме к напряженности в данной среде называют диэлектрической проницаемостью вещества. $\varepsilon = \frac{E_{вакуум}}{E}$

Разность потенциалов или напряжение (Δφ или U) - это разность потенциалов в начальной и конечной точках траектории заряда $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$

$\varphi_1 - \varphi_2 = U = \frac{A}{q}$ [U] = B

Чем меньше меняется потенциал на отрезке пути, тем меньше напряженность поля. Напряженность электрического поля направлена в сторону уменьшения потенциала.

Связь между напряжённостью поля и разностью потенциалов: $\mathbf{E} = \frac{U}{d} = \frac{\Delta\varphi}{d}$

5. Тонкое проволочное кольцо радиусом R несет электрический заряд q. В центре кольца расположен одноименный с зарядом q заряд Q, причем $Q >> q$. Определите силу натяжения кольца.

Решение.

Выделим малый элемент кольца (рис. 29.6) $\Delta l = R\Delta\alpha$. Со стороны заряда Q на него действует сила ΔF (взаимодействием между отдельными элементами кольца пренебрегаем): $\Delta F = k\dfrac{Q\Delta q}{R^2}$,

где $\Delta q = \dfrac{q\Delta\alpha}{2\pi}$ — заряд элемента Δl. Силу ΔF уравновешивают силы натяжения кольца T:

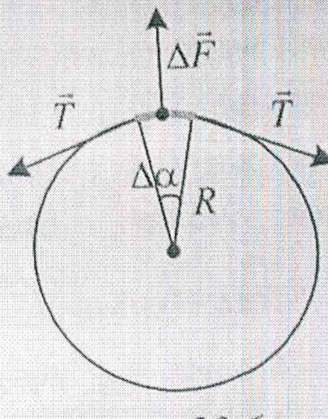


Рис. 29.6

$\Delta F = 2T\sin\dfrac{\Delta\alpha}{2} = 2T\dfrac{\Delta\alpha}{2} = T\Delta\alpha$, так как угол α

мал, то $\sin\alpha \approx \alpha$. Отсюда $T = \dfrac{\Delta F}{\Delta\alpha} = k\dfrac{Qq\Delta\alpha}{2\pi R^2\Delta\alpha}$ или $T = \dfrac{Qq}{8\pi^2\varepsilon_0 R^2}$.

Ответ: $T = \dfrac{Qq}{8\pi^2\varepsilon_0 R^2}$.

4. Два одинаково заряженных шарика массы m подвешены в одной точке на нитях длиной l каждая. В точке подвеса находится третий шарик, заряженный так же, как и первые два. Вычислить заряд q шариков, если угол между нитями в положении равновесия равен α.

Решение.

Уравнения динамики для шарика (рис. 30.9) в проекциях на оси имеют следующий вид.

(X): $F_1 + F_2 \sin\frac{\alpha}{2} - T\sin\frac{\alpha}{2} = 0;$

(Y): $T\cos\frac{\alpha}{2} - F_2\cos\frac{\alpha}{2} - mg = 0.$

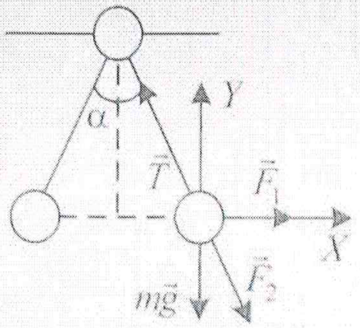


Рис. 30.9

Тогда $F_1 = mg\,\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}$, или $\frac{kq^2}{\left(2l\sin\frac{\alpha}{2}\right)^2} = mg\,\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}$,

$q = 4l\sin\frac{\alpha}{2}\sqrt{mg\pi\varepsilon_0\,\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}}.$

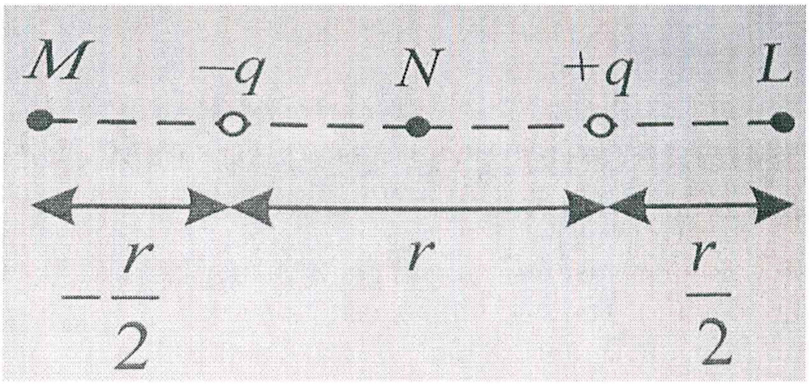
Ответ: $q = 4l\sin\frac{\alpha}{2}\sqrt{mg\pi\varepsilon_0\,\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}}.$

Задания для самостоятельной работы.

1 Четыре одинаковых заряда q размещены в углах квандрата. Какой заряд Q противоположного знака необходимо поместить в центре квадрата, чтобы вся система находилась в равновесии.

2 После того как два маленьких одинаковых заряженных металлических шарика соединили тонким проводом и вновь разъединили, сила их кулоновского взаимодействия увеличилась в 9/4 раза. Одноименными или разноименными были заряды? Найдите отношение модуля большего заряда к модулю меньшего.

3 Два разноименных точечных заряда расположены на расстоянии r друг от друга. Как изменится модуль силы, действующей на правый заряд, если третий заряд +q/2 поместить в точках M, N, L. (см. рисунок)



4 При электризации трением стеклянная палочка приобрела заряд равный по модулю $8*10^{-19}$Кл. Какое количество протонов, электронов и нейтронов приобрела или потеряла палочка в этом процессе?

5 Чему равна напряженность поля, создаваемого двумя точечными зарядами 12мкКл и -24мкКл в точке, лежащей посредине прямой, соединяющей заряды, если напряженность поля создаваемая в этой точке только вторым зарядом, равна 8 В/м?

Ответы к заданиям модуля 2

1 взвешивание проводилось на 4 динамометрах одновременно;
2 0,27;
3 6 кН;
4 67,45с;
5 3 м/с^2.